Facultad de Física

Universidad de Sevilla

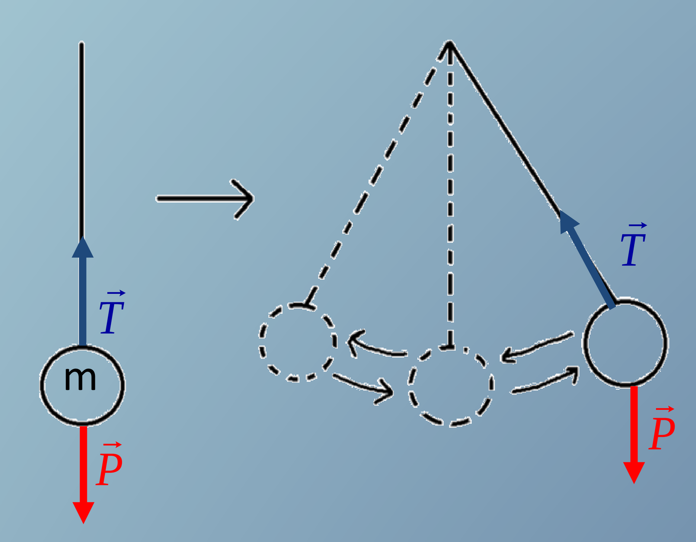
fisica.us.es

US
UNIVERSIDAD
D SEVILLA
· 1505 ·

¿Qué es un péndulo?

El péndulo simple es un sistema ideal constituido por un cuerpo de masa m suspendido de un punto fijo mediante un hilo de masa despreciable cuya longitud puede regularse

La longitud se mide desde el centro de masas hasta el punto de suspensión.



Si desplazamos el cuerpo desde su posición de equilibrio y luego lo soltamos, el péndulo oscilará en un plano vertical bajo la acción de la fuerza gravitatoria y la tensión que lo sostiene al soporte.

Este movimiento es oscilatorio y periódico (tras un tiempo vuelve a describir el mismo movimiento). Para describirlo se utilizan las siguientes magnitudes:

Amplitud (A): separación máxima del cuerpo medida desde la posición de equilibrio.
Periodo (T): tiempo que tarda el péndulo en realizar una oscilación completa.
Frecuencia (ν): número de oscilaciones que realiza el péndulo en un segundo.

Para describir físicamente este movimiento aplicamos la segunda ley de Newton

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$$

y, si el desplazamiento de la posición de equilibrio o amplitud de la oscilación es pequeño, podremos resolver esta ecuación de forma sencilla.

La solución de esta ecuación diferencial, que nos da la posición del péndulo en función del tiempo, es una función sinusoidal, por lo que denominamos a este **movimiento armónico simple**.

$$x = A\,cos(\omega t + \varphi_0)$$

Periodo del péndulo

En este caso, el periodo del péndulo puede expresarse en función de la **longitud del hilo** l y de la **aceleración de la gravedad** g.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

El periodo no depende
ni de la masa del péndulo,
ni de la amplitud del movimiento.

Galileo Galilei fue el primero en darse cuenta de esto en 1583. Lo hizo comparando la oscilación de una lámpara que pendía del techo de la catedral de Pisa con su propio pulso cardiaco.

Si dejamos oscilar el péndulo un tiempo suficientemente grande, terminará parándose debido al rozamiento con el aire.

Esto quiere decir que la amplitud del movimiento se irá reduciendo progresivamente, pero el periodo seguirá siendo el mismo.

A esta propiedad se la denomina ISOCRONISMO y es la base del funcionamiento de los relojes de péndulo.

Onda de péndulos

Instalación científico-artística

Instalación financiada por el VI Plan Propio de Investigación y Transferencia de la Universidad de Sevilla

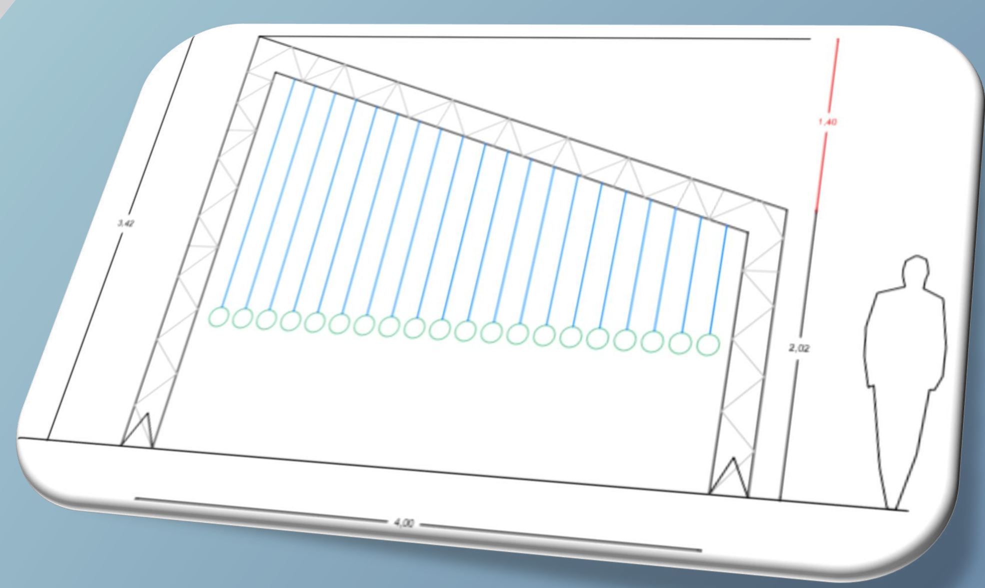
Facultad de Física
Universidad de Sevilla

fisica.us.es

US
UNIVERSIDAD
DE SEVILLA
· 1505 ·

Nuestro montaje

Este montaje con péndulos fue diseñado originalmente en 1867 por Ernst Mach cuando era profesor de Física Experimental en la Univerzita Karlova (Praga).



Se ha diseñado el montaje de forma que la longitud del péndulo más corto sea de 0,99m, lo que hace que el periodo sea 2 s, es decir, en 120 s, realizará 60 oscilaciones completas.
Nuestro montaje consta de quince péndulos desacoplados con la misma masa y longitudes que aumentan monótonamente.

La longitud de los péndulos sucesivos aumenta progresivamente, y por tanto, también su periodo, de forma que uno dado realiza un oscilación menos que el anterior en esos 120s.
Es decir, el segundo péndulo realizará 59 oscilaciones, el tercer péndulo 58, así sucesivamente hasta el último que realizará 45 oscilaciones.

Cuando todos los péndulos se suelten a la vez, rápidamente dejarán de oscilar a la vez (o en fase), ya que la fase relativa cambiará de uno a otro. Sin embargo, tras 120 segundos todos los péndulos habrán realizado un número entero de oscilaciones y volverán a oscilar a la vez, repitiéndose el proceso.

Estos péndulos no acoplados (independientes unos de otros) producen el efecto óptico de ondas que cambian con el tiempo. Esto es un efecto óptico, ya que estas ondas no transportan energía, como si lo harían si fuesen ondas reales.

Y ahora algunas mates...

La longitud del primer péndulo es:

$$l_0 = \frac{g}{4\pi^2} T_0^2 \quad \text{donde } T_0 = \frac{\Gamma}{N}$$

con Γ el periodo en el que se repite el ciclo de oscilaciones completo y N el número de oscilaciones de dicho ciclo.

La longitud del péndulo n-simo es $l_n = \frac{g}{4\pi^2} T_n^2$

su periodo $T_n = \frac{\Gamma}{N-n}$

y su frecuencia angular $\omega_n = \frac{2\pi}{T_n}$

La solución de la ecuación del movimiento para el péndulo n-simo es

$$y_n = A \cos \omega_n t = A \cos 2\pi \frac{N-n}{\Gamma} t$$

Multiplicando y dividiendo el argumento del coseno por la distancia entre péndulos d e introduciendo la variable continua x como la distancia del péndulo n al origen: x=nd tenemos

$$y_n = A \cos 2\pi \frac{Nd - nd}{\Gamma d} t$$

$$y(x,t) = A \cos\left(2\pi \frac{N}{\Gamma} t - 2\pi \frac{x}{\Gamma d} t\right) = A \cos\left(2\pi \frac{N}{\Gamma} t - 2\pi \frac{t}{\Gamma d} x\right)$$

Que no es más que una función de onda con una frecuencia igual a la del péndulo de frecuencia mayor $\omega = 2\pi \frac{N}{\Gamma}$

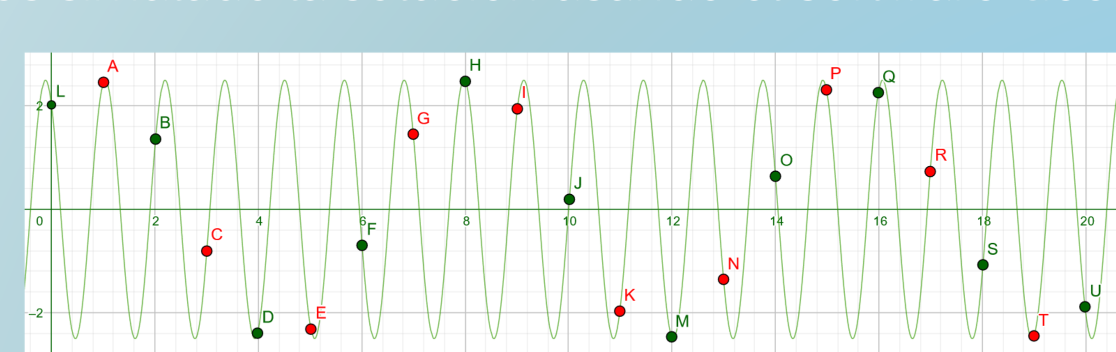
Y un número de ondas que crece con el tiempo, de forma que su longitud de ondas se hará cada vez menor.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi \frac{t}{\Gamma d}\,;\ \lambda = \frac{\Gamma d}{t}$$

Simulando

Esta es una función de onda que describiría la vibración de todos los puntos del espacio, pero el montaje como tal, solo nos permite visualizar puntos concretos de la onda. Así se observa un ejemplo de comportamiento colectivo que se presenta cuando una señal continua es examinada en puntos concretos.

Hemos simulado la solución usando el software GeoGebra:



Y éste es el enlace a la simulación.

Onda de péndulos

Instalación científico-artística

Instalación financiada por el VI Plan Propio de Investigación y Transferencia de la Universidad de Sevilla